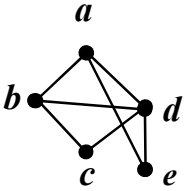
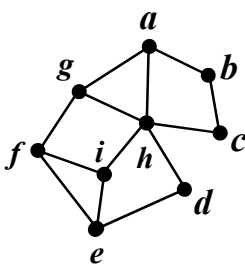


سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

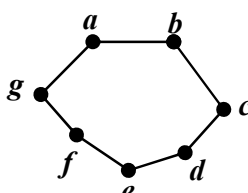
۱	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$، در این صورت $a > b$. (ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a \mid c, b \mid c)$ و $(\forall m > 0, a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$. (پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$. (ت) بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $4k + 1 \mid 5$ ، ثابت کنید $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$.	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. (الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم. (ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم. (پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است. (ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.	۱
۷	به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید. (الف) گراف C_5 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید. (ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱
		
۸	(الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید. (ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. (الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: (الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. (ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف		راهنمای تصحیح																			
نمره																					
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱)	(ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م صفحه ۱۳) (ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)					۱														
۲	(مثال صفحه ۴)	$n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$					۱														
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶)	$\begin{aligned} 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \xrightarrow{+} 25 \mid 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$					۰/۷۵														
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱)	$\begin{aligned} 27 = 13 \times 2 + 1 &\Rightarrow 27 \equiv 1 \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{13} + 18 \equiv 1 + 5 \quad (0/25) \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$					۱														
۵	فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad 131 \equiv 5 \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)	<table><tr><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table> (۰/۲۵)					ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱/۲۵
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰)	(ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) (ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)					۱														
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).	 (ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)					۱														
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۲۵) (تعریف صفحه ۴۶) (ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)						۱/۲۵														
۹	برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2$ (۰/۲۵). برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lceil \frac{3}{3+1} \right\rceil = 1$ (۰/۲۵). بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵). از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰)						۱/۲۵														

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱۰	رسم گراف (۰/۵). (تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)						۱
							
$D = \{2, 5, 8\}$							
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.) (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)						۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۷)						۱
۱۳	$\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱) (مشابه مثال صفحه ۵۸)						۱
۱۴	$x_r = 4, x_5 \geq 3 \Rightarrow x_5 = y_5 + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_5 + x_e = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_5 + x_e = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵) (تمرین ۹ صفحه ۷۱)						۱/۵
۱۵	الف) (۰/۷۵) ب) (۰/۷۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)						۲
							
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. (مشابه مثال صفحه ۷۸) $\binom{5}{3} - (\underbrace{\binom{3 \times 3}{3}}_{(۰/۲۵)} - \binom{3}{3})_{(۰/۲۵)} = 243 - 93 = 150$ (۰/۵)						۱/۲۵
۱۷	تعداد کبوترها=۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها= تعداد روزهای هفته $\times$ تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)						۱/۲۵
۲۰	جمع نمره						